

VISUALISASI R DALAM PEMBELAJARAN DISTRIBUSI NORMAL

Joko Sungkono¹ *, Andhika Ayu Wulandari², M. Wahid Syaifuddin¹

¹Prodi Pendidikan Matematika, Universitas Widya Dharma Klaten

²Prodi Pendidikan Matematika, Universitas Veteran Bangun Nusantara

* Korespondensi Penulis. E-mail: j.sungkono.js@gmail.com

Abstrak

Pembelajaran tentang distribusi normal sangat erat kaitannya dengan rumus-rumus fungsi dan teori-teori yang berurusan dengan simbol-simbol matematis. Pemahaman tentang teori-teori distribusi normal secara matematis ini sering menimbulkan kendala tersendiri bagi mahasiswa. Untuk memberi pemahaman yang lebih mudah, perlu sebuah visualisasi dalam pembelajarannya, sehingga mahasiswa memiliki gambaran yang lebih jelas tentang distribusi normal. Melalui metode simulasi dilakukan visualisasi tentang teori-teori distribusi normal. Simulasi dilakukan menggunakan bantuan *software R*. Melalui simulasi, mahasiswa dapat mengetahui kurva fungsi densitas distribusi normal serta dapat melakukan modifikasi parameter yang dikehendaki. Hal ini dapat memperjelas beberapa sifat yang dimiliki fungsi densitas distribusi normal. Simulasi juga dilakukan pada fungsi distribusi kumulatif untuk memberi gambaran lebih jelas tentang sifat fungsi distribusi kumulatif. Transformasi variabel random berdistribusi normal dengan parameter μ dan variansi σ^2 menjadi variabel random berdistribusi normal standar juga dapat dijelaskan secara visual. Melalui visualisasi ini, mahasiswa memiliki gambaran yang lebih jelas untuk mendukung pembelajaran teori secara matematis. Lebih lanjut, mahasiswa memiliki pemahaman yang lebih baik dalam mempelajari materi tentang distribusi normal.

Kata Kunci: distribusi normal; visualisasi; simulasi.

Abstract

Learning about the normal distribution is closely related to function formulas and theories dealing with mathematical symbols. This understanding of mathematical normal distribution theories often creates its own obstacles for students. To provide an easier understanding, a visualization is needed in learning, so that students have a clearer picture of the normal distribution. Through the simulation method visualization of the normal distribution theories is carried out. The simulation was carried out using the help of *software R*. Through the simulation, students can find out the curve of the normal distribution density function and can modify the desired parameters. This can clarify some of the properties of the normal distribution density function. Simulations were also carried out on the cumulative distribution function to provide a clearer picture of the nature of the cumulative distribution function. The transformation of a normally distributed random variable with parameter μ and variance σ^2 into a standard normally distributed random variable can also be explained visually. Through this visualization, students have a clearer picture to support theoretical learning mathematically. Furthermore, students have a better understanding in learning material about the normal distribution.

Keywords: normal distribution; visualization; simulation.

PENDAHULUAN

Statistika merupakan ilmu yang keberadaannya diperlukan dalam berbagai bidang untuk membantu menyelesaikan berbagai permasalahan. Statistika juga diperlukan dalam bidang penelitian terutama dalam tahap pengolahan data hasil penelitian untuk membantu penarikan kesimpulan. Pada perguruan tinggi, statistika menjadi mata kuliah yang diajarkan pada berbagai program studi termasuk program studi Pendidikan matematika. Pada program studi Pendidikan matematika, materi statistika yang diajarkan jauh lebih banyak daripada program studi ilmu-ilmu sosial. Mahasiswa juga mendapat materi tinjauan statistik dari sisi matematis termasuk tentang distribusi statistik.

Pembelajaran distribusi statistik secara matematis sering menjadi kendala mahasiswa dalam pembelajaran. Pasalnya pembelajaran tentang materi distribusi secara matematis sangat rumit dan bersifat analitis. Selain itu, jenis distribusi statistik yang dipelajari juga sangat banyak dan bervariasi. Distribusi statistik yang telah populer dan sering dipelajari pada level sarjana diantaranya distribusi bernoulli, binomial, uniform, negatif binomial, hypergeometri, pareto, normal, eksponensial, student-t, F, Weibull, dan gamma. Distribusi normal, merupakan distribusi variabel random kontinu yang paling sering digunakan dalam mendasari teknik-teknik statistik dalam metode statistika.

Software R merupakan salah satu Open Source Software (OSS) yang dikembangkan dari Bahasa pemrograman S, (Sarvina, 2017;

Sihombing et al., 2019). *Software R* memiliki *packages* bawaan yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan metode statistik, namun pada perkembangannya banyak *packages* tambahan yang dirancang oleh para peneliti untuk meningkatkan kapabilitas *software R* (Hartanto, 2016). *Packages* yang berkembang meningkatkan kemampuan *software R* termasuk dalam hal simulasi. *Software R* dapat digunakan untuk simulasi pembelajaran distribusi peluang variabel random, (Wulandari, 2021). *Software R* juga dapat digunakan untuk melakukan simulasi yang mendukung pembelajaran materi teori probabilitas, (Sungkono, 2020). *Software R* digunakan untuk simulasi tentang teorema limit pusat yang mendukung pembelajaran, sehingga peserta didik mempunyai gambaran yang lebih jelas tentang materi tersebut, (Sungkono, 2022).

Artikel ini membahas tentang pembelajaran materi distribusi normal melalui visualisasi. Visualisasi dilakukan melalui simulasi dengan bantuan *software R*. Visualisasi dilakukan untuk memberi gambaran yang lebih jelas kepada mahasiswa dalam pembelajaran distribusi normal.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini merupakan penelitian studi literasi berbasis simulasi. Peneliti memanfaatkan *software R* untuk melakukan visualisasi distribusi normal untuk mendukung pembelajaran secara teori. Simulasi menghasilkan visualisasi yang akan memberi gambaran yang lebih jelas dari teori-teori terkait distribusi normal. Tahapan penelitian yang harus

dilalui antara lain tahap investigasi, desain program, dan tahap simulasi.

Tahap investigasi dimulai dengan menggali teori-teori terkait distribusi normal yang menjadi materi pembelajaran. Selain itu pada tahap ini juga mulai melakukan identifikasi terkait packages-packages *software R* yang kira-kira akan digunakan untuk keperluan simulasi. Lebih lanjut, kita juga perlu identifikasi sintaks-sintaks dasar yang akan digunakan untuk membuat program atau fungsi baru dalam R.

Pada tahap desain program, peneliti menyusun algoritma yang kemudian ditransformasi ke dalam bahasa R. Berbekal sintak dasar yang telah diidentifikasi dapat dikembangkan untuk membuat fungsi yang baru sesuai kebutuhan dengan menggunakan perintah *function()*, (Venables and Smith, 2021). Untuk keperluan simulasi distribusi normal, data dapat dibangkitkan melalui perintah *rnorm*, (Kerns, 2011). Pada tahap simulasi, baik peneliti maupun mahasiswa harus menentukan parameter-parameter distribusi normal yang dibutuhkan. Nilai parameter dapat diubah-ubah sesuai kebutuhan pembelajaran. Berdasarkan hasil simulasi dapat dilakukan penarikan kesimpulan yang dapat dikonfirmasi dengan teori yang telah dipelajari secara teoritis. Untuk mendukung pembelajaran simulasi peserta didik perlu mempelajari sintaks-sintaks dasar pada *software R* terlebih dahulu, (Budiharto, 2013).

HASIL DAN PEMBAHASAN

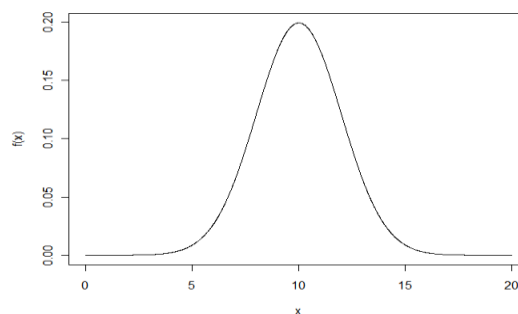
Pemanfaatan *software R* dalam pembelajaran distribusi normal dalam

artikel ini meliputi visualisasi dari definisi fungsi densitas probabilitas, fungsi distribusi kumulatif, distribusi normal standar serta transformasi distribusi normal umum ke distribusi normal standar. Melalui visualisasi ini, mahasiswa mempunyai gambaran yang lebih nyata tentang distribusi normal.

Suatu variabel X disebut mempunyai distribusi normal dengan parameter μ dan variansi σ^2 jika fungsi densitasnya berbentuk

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \text{ untuk } -\infty < x < \infty,$$

distribusi tersebut disajikan dengan $N(\mu, \sigma^2)$ atau $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, (Bain and Engelhardt, 1992). Melalui visualisasi R, kita dapat membuat grafik fungsi densitas dengan mudah tentang fungsi densitas distribusi normal ini, sehingga mahasiswa memiliki pemahaman secara lebih jelas. Misalnya $X \sim N(10, 4)$, maka plot fungsi densitas dari X diberikan sebagai berikut.

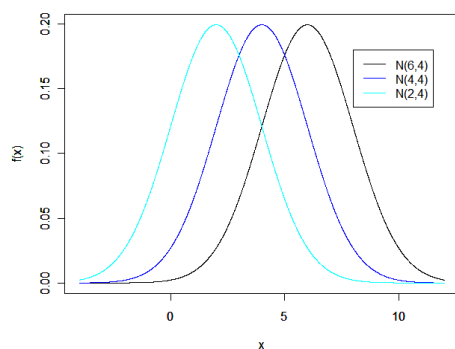


Gambar 1. Plot Fungsi Densitas Probabilitas Distribusi Normal dengan $\mu = 10$ dan $\sigma^2 = 4$

Gambar 1, menunjukkan plot fungsi densitas probabilitas untuk distribusi normal dengan rata-rata 10 dan variansi 4. Kurva tampak simetris pada rata-ratanya. Untuk memberi gambaran pemahaman yang lebih jelas bagi mahasiswa, kita dapat membandingkan beberapa plot densitas probabilitas distribusi normal

dengan parameter yang berbeda-beda melalui simulasi.

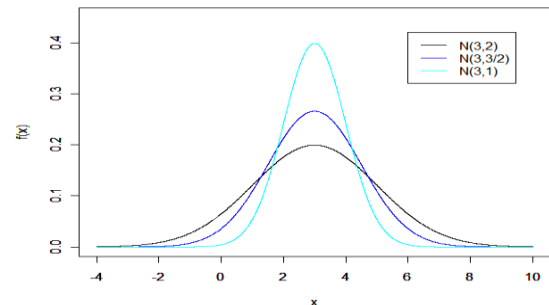
Misalkan kita akan melihat perbedaan kurva fungsi densitas probabilitas untuk beberapa rata-rata yang berbeda dengan variansi tetap, maka kita harus menentukan parameter-parameter pada simulasi yang dilakukan. Pada simulasi, misalkan parameter rata-rata yang digunakan masing-masing 6, 2, dan 2 dengan variansi tetap yaitu 4. Plot fungsi densitas probabilitas distribusi normal dengan rata-rata berbeda tersebut diberikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Plot Fungsi Densitas Probabilitas Distribusi Normal dengan rata-rata berbeda dan variansi tetap

Pada Gambar 2, terlihat bahwa kurva bergeser sumbu simetrinya sesuai rata-ratanya. Penyebaran data ditunjukkan dengan lebar kurva yang terlihat sama karena variansi yang digunakan pada ketiga kurva sama atau tetap. Selain itu, simulasi juga dapat dilakukan dengan mengubah parameter variansi pada rata-rata yang sama atau tetap. Misalkan simulasi dilakukan dengan rata-rata tetap yaitu 3 dan variansi yang berubah berturut-turut 2, 1.5, dan 1. Plot fungsi densitas probabilitas untuk distribusi normal dengan parameter tersebut

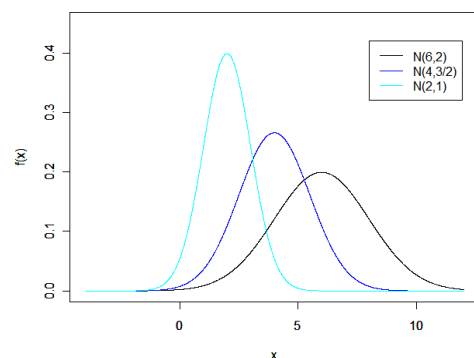
diberikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Plot Fungsi Densitas Probabilitas Distribusi Normal dengan rata-rata tetap dan variansi berbeda

Pada Gambar 3, terlihat bahwa untuk ketiga kurva fungsi densitas simetris pada titik yang sama yaitu simetris pada rata-ratanya. Akan tetapi bentuk kurva dalam hal ini lebar kurva dan keruncingan kurva dari ketiganya berbeda-beda. Hal ini karena ukuran penyebaran data yaitu variansi untuk ketiga kurva berbeda. Semakin besar variansinya, kurva akan semakin lebar dan lebih landai.

Simulasi juga bisa dilakukan untuk rata-rata yang berbeda dan variansi yang berbeda. Misalkan akan dilakukan simulasi dengan rata-rata masing-masing 6, 4, dan 2 pada variansi yang berbeda secara berturut-turut 2, 1.5, dan 1. Plot fungsi densitas probabilitas pada distribusi tersebut diberikan pada gambar 4 berikut.



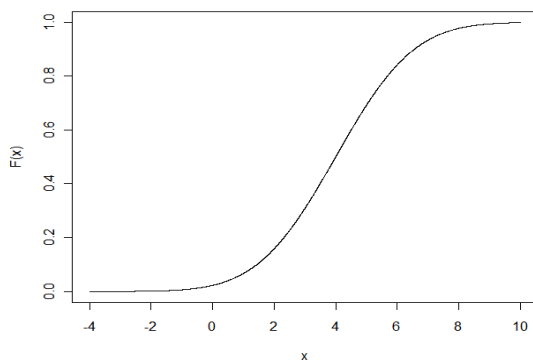
Gambar 4. Plot Fungsi Densitas Probabilitas Distribusi Normal dengan rata-rata dan variansi yang berbeda

Pada Gambar 4, terlihat bahwa memiliki titik simetris yang berbeda-beda dengan lebar kurva dan keruncingan yang berbeda juga. Hal ini dikarenakan pada distribusi normal, plot fungsi densitas probabilitas akan simetris pada rata-ratanya, sedangkan lebar kurva dan keruncingan bergantung pada variansinya.

Selain fungsi densitas probabilitas, simulasi juga dapat dilakukan untuk melihat plot fungsi distribusi kumulatif. Jika X variabel random berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan variansi σ^2 atau ditulis $N(\mu, \sigma^2)$, maka fungsi distribusi kumulatif dari X adalah

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx \text{ untuk } -\infty < x < \infty.$$

Melalui visualisasi R, kita dapat membuat grafik fungsi distribusi kumulatif distribusi normal ini dengan mudah, sehingga mahasiswa memiliki pemahaman secara lebih jelas. Misalnya $X \sim N(4,4)$, maka plot fungsi distribusi kumulatif dari X diberikan pada Gambar 5 berikut.



Gambar 4. Plot Fungsi Distribusi Kumulatif dari Distribusi Normal dengan $\mu = 4$ dan $\sigma^2 = 4$

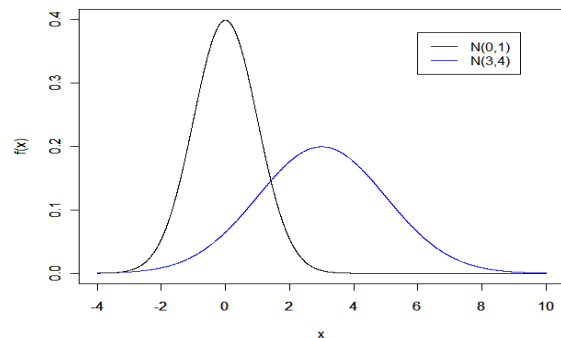
Pada Gambar 5, terlihat kurva asimtotik mendekati nol untuk nilai x semakin kecil, dan asimtotik mendekati

1 untuk nilai x yang semakin besar. Kurva fungsi distribusi kumulatif tidak akan pernah melebihi nilai 1, hal ini sesuai dengan definisi fungsi distribusi kumulatif. Pada kurva juga terlihat kurva mencapai nilai fungsi 0,5 pada saat x berada pada rata-ratanya.

Pada pembelajaran distribusi normal, jika variabel random X berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan variansi σ^2 atau ditulis $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, maka variabel tersebut dapat ditransformasikan menjadi variabel yang berdistribusi normal standar dengan rata-rata 0 dan variansi 1. Variabel random normal X dapat ditransformasikan menjadi variabel random $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$, dengan rata-rata 0 dan variansi 1. Distribusi variabel random normal standar memiliki fungsi densitas yang dinyatakan dengan

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} \quad -\infty < z < \infty$$

Misalkan diberikan variabel random X berdistribusi normal dengan rata-rata 3 dan variansi 4, maka variabel tersebut dapat ditransformasikan menjadi variabel berdistribusi normal standar. Visualisasi R untuk transformasi tersebut diberikan pada Gambar 6 berikut.



Gambar 6. Transformasi Distribusi Normal

Pada Gambar 6, terlihat kurva fungsi densitas distribusi normal sebelum dan sesudah transformasi. Sebelum transformasi, kurva simetris pada rata-ratanya yaitu 4, dengan sebaran yang lebih lebar (variansi besar). Setelah dilakukan transformasi, kurva simetris di titik nol dengan sebaran (lebar kurva) yang lebih sempit (variansi kecil).

Melalui visualisasi menggunakan *software R*, pembelajaran distribusi normal menjadi lebih menyenangkan. Visualisasi yang dilakukan akan mempermudah mahasiswa dalam memahami dan mempelajari materi tentang distribusi normal. Hal ini sejalan dengan penelitian Rahayu (2015) yang menyatakan bahwa pembelajaran melalui model simulasi sangat cocok untuk membekali peserta didik pengalaman dalam proses pembelajaran dimana pesertadidik dapat mempraktekkan bagaimana proses pembelajaran berlangsung.

SIMPULAN

Visualisasi menggunakan *software R* dapat digunakan untuk mendukung pembelajaran tentang distribusi normal. Visualisasi dapat dilakukan pada fungsi densitas, fungsi distribusi kumulatif, serta teori-teori tentang distribusi normal. Melalui visualisasi, mahasiswa akan memiliki gambaran yang lebih jelas tentang distribusi normal. Lebih lanjut, visualisasi juga dapat dilakukan untuk distribusi yang lain dengan mempelajari sintaks yang diperlukan serta karakteristik masing-masing distribusi.

DAFTAR PUSTAKA

- Bain, L. J. and Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Duxbury Press, California, 2 edition.
- Budiharto, W., & Rachmawati, R. N. (2013). Pengantar Praktis Pemrograman R untuk Ilmu Komputer. Halaman Moeka Publishing.
<http://socs.binus.ac.id/files/2016/06/Pengantar-Praktis-PemrogramanR-untuk-Ilmu-Komputer.pdf>
- Hartanto. 2016. *Pengenalan Analisis Statistik Dengan Software R*. ISBN 978-602-1217-37-5, Magnum Pustaka Jaya, Yogyakarta.
- Hays, W.L., 1994, *Statistics*, 5th ed., New York: Holt, Rinehart and Winston
- Kerns, G. J. 2011. *Introduction to Probability and Statistics Using R*. First Edition. ISBN 978-0-557-24979-4.
- Rahayu, S. 2015. Model Simulasi Dalam Mata Kuliah Strategi Pembelajaran Fisika. *Jurnal Pendidikan Fisika dan Teknologi*, 1(2), 118-122.
- Sarvina, Y. 2017. Pemanfaatan Software Open Source "R" untuk Penelitian Agroklimat. *Informatika Pertanian*, 26(1), 23-30.
- Sihombing, R. E., Rachmatin, D., & Dahlan, J. A. (2019). Program Aplikasi Bahasa R Untuk Pengelompokan Objek Menggunakan Metode K-Medoids Clustering. *Jurnal EurekaMatika*, 7(1), 58-79.
<https://ejournal.upi.edu/index.php/JEM/article/download/17888/9742>
- Sungkono, J. dan Wulandari, A. A. 2022. Pembelajaran Teorema Limit Pusat Melalui Simulasi, *ABSIS: Mathematics Education Journal*, 4(2), 69-76.

- Sungkono, J. dan Nugrahaningsih, K. 2020. Pembelajaran Teori Probabilitas Menggunakan R, *ABSIS: Mathematics Education Journal*, 2(1), 1-10.
- Venables, W. N., and D. M. Smith. 2021. "Notes on R: A Programming Environment for Data Analysis and Graphics Version 4.1.2." In *An Introduction to R*.
<https://doi.org/10.4135/9781473920446.n12>.
- Wulandari, A.A., Exacta, A. P., dan Sungkono, J., 2021, Efektivitas Simulasi "R" Dalam Pembelajaran Distribusi Peluang Variabel Random, *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 10(2), 692-700.
<https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i2.3380>